843. Komplex ノ連續変換ト Überlagerung

小松　醇郎（阪大）

定理 1.　K_1 カラ K_2 ヘ連続変換 f, ソノ際基本群 $\mathfrak{F}_1$

ガ$\mathfrak{F}_2$ノ中ヘ寫像サレル. $f(\mathfrak{F}_1) \subset \mathfrak{F}_2$. 然ラバ$f(\mathfrak{F}_1)$ヲ基本群ニ持ツ Überlagerungs komplex $\overline{K_2}$トスルトキ K_1 カラ $\overline{K_2}$ ヘ連續変換 $\overline{f}$ ガ次ノ如ク得ラレル。

$$u_2 \overline{f} = f. \qquad \text{punktweise}$$

茲ニ u_2 ハ $\overline{K_2} \longrightarrow K_2$ ナル überlagern スル連続変換デアル。$\overline{f}$ デハ基本群 $\mathfrak{F}_1$ ガ $\overline{K_2}$ ノ基本群 $f(\mathfrak{F}_1)$ ヘ homomorph auf ニ abbilden サレル。

定理 2. $f: K_1 \longrightarrow K_2$, $f(\mathfrak{F}_1) = \mathfrak{F}_2$

此ノ Homomorphismus ノ Kern $\mathfrak{F}'$ トスレバ$\mathfrak{F}'$ハ$\mathfrak{F}_1$ノ部分群. コノ$\mathfrak{F}'$ヲ基本群ニ持ツ Überlagerungs komplex $\overline{K_1}$, K_2ノ universelle Überlagerungs komplex $\overline{K_2}$ トスレバ $\overline{K_1} \rightarrow \overline{K_2}$ ナル連続変換 $\overline{f}$ ガ次ノ如クトレル。

$$u_2 \overline{f} = f u_1. \qquad \text{Punkt weise}$$

茲ニ u_i $(i=1,2)$ ハ $\overline{K_i} \longrightarrow K_i$ ナル überlagern スル連続変換デアル。

定理3. $f: K_1 \rightarrow K_2$, $f(\mathfrak{F}_1) \subset \mathfrak{F}_2$.

此ノ Homomorphismus ノ Kern $\mathfrak{F}'$ トス. $\mathfrak{F}'$ヲ基本群ニ持ツ Komplex $\overline{K_1}$, K_2ノ universelle Überlagerungs komplesc $\overline{K_2}$ トスレバ $\overline{K_1} \rightarrow \overline{K_2}$ ナル連続変換 $\overline{f}$ ガ次ノ如クトレル。

$$u_2 \overline{f} = f u_1. \qquad \text{Punkt weise.}$$

茲ニ u_i ハ $\overline{K}_i \rightarrow K_i$ ナル überlagern スル連続変換デアル。

定理4. $f: K_1 \longrightarrow K_2$. K_i ノ universelle überlagerungskomplex $\overline{K}_i$ トスレバ $\overline{K}_1 \rightarrow \overline{K}_2$ ナル連続変換 $\overline{f}$ ガ次ノ如クトレル。

$$u_2\overline{f} = f u_1 \qquad \text{Punkt weise}$$

茲ニ u_i ハ $\overline{K}_i \longrightarrow K_i$ ナル überlagern スル abbildung デアル。

以上ノ定理ハ分ッテ居ルカ居ナイカ、当然分ッテ居ルベキ性質ノモノブハアルガ未ダ見タコトガナイノデ書イテ置キマス. 定理3ハ1,2ノ結合、定理4ハ定理3カラ殆ンド容易ニ出テ来ルコトデス。

<u>定理1ノ証明</u>

$x \in K_1$, $y = f(x) \in K_2$. 又 $y = u_2(y_1)$ ナル $\overline{K}_2$ ノ一点 y_1. $y_1 \rightarrow y$ ナル abbildung u_2 ハ im Kleinen homeomorph デアルカラ

$$f: x \longrightarrow y$$

$$\overline{f}: x \longrightarrow y_1$$

ナル $\overline{f}$ ハ x ノ適当ナ近傍 $V(x)$ マデ拡張出来ル. $V(x)$ デハ $u_2\overline{f} = f$. $x_1 \in V(x)$ トシ x_1 ノ適当ナ近傍 $V(x_1)$ デハ又 $\overline{f}$ ガ定義サレ、ソコデハ $u_2\overline{f} = f$. 容易ニ分ルヤウニ $V(x_1)$ ハ $V(x)$ 以外ノ点ヲ含ムヤウニ出来ル。

斯様ニ $\overline{f}$ ノ定義領域ヲ fortsetzen シテ行ク

トキ K_1 全体ニ拡ゲラレル。若シ fortsetzen 出來ナイ limit ノ点ガ出テ來タトスレバ，ソレハイケナイ。

$$x_1,\ x_2,\ \cdots\cdots,\ x_n,\ \cdots\cdots \longrightarrow x' \qquad \text{in } K_1$$

$$f(x_1), f(x_2), \cdots\cdots f(x_n), \cdots \longrightarrow f(x') \qquad \text{in } K_2$$

$$\bar{f}(x_1), \bar{f}(x_2), \cdots\cdots, \bar{f}(x_n), \cdots\cdots \qquad \text{in } \overline{K_2}$$

且ツ $\quad u_2\bar{f}(x_i) = f(x_i).$

$\overline{K_2}$ ハ unverzweigt, unbegrenzt ナ Überlagerung ダカラ $\bar{f}(x_i)$ ノ limit デ $f(x')$ ヲ Spur ニ持ツ点ガ唯一ツ存在スル. ソレヲ $\bar{f}(x')$ トスレバ $\bar{f}(x')$ ト $f(x')$ トハ im Kleinen homeomorph.

又 $\bar{f}$ ナル Abbildung ハ eindeutig デアル. 上ノ擴張デ K_1 ノ閉道 w ニ沿ツテ元ノ点 x ニ戻ツテ來タトキ假定ニヨツテ K_2 デハ閉道 $f(w)$ ニ沿ツテ $y=f(x)$ ニ戻ル. Überlagerung $\overline{K_2}$ デハ $f(w)$ ニハ閉道ガ對應スル. 即チ

$$u_2(\overline{w}_1) = f(w).$$

從ツテ $\bar{f}$ ノ fortsetzung ハ閉道 $\overline{w}_1$ ニ沿ツテ元ノ点 $\bar{f}(x) = y_1$ ニ戻ル。

<u>定理２ノ証明</u>

$\overline{K_1} \xrightarrow{u_1} K_1 \xrightarrow{f} K_2$，今 $F = fu_1$ ト置ケバ F ナル連続変換デハ基本群 $\mathfrak{F}' \longrightarrow 0$. 即チ $F(\mathfrak{F}') = 0$ 從ツテ定理１ニ依ツテ F ハ K_2 ノ universelle Überlagerungskomplex $\overline{K_2}$ ヘノ連続変換 $\bar{F}$ ヲ

與ヘル. 即チ

$$\mathfrak{U}_2\overline{\mathrm{F}} = \mathrm{F}.$$

$\overline{\mathrm{F}}$ ヲ $\overline{f}$ トシ, F ハ $f\mathfrak{U}_1$ デアルカラ

$$\mathfrak{U}_2\overline{f} = f\mathfrak{U}_1$$

$w \in \mathfrak{F}$, $w \overline{\in} \mathfrak{F}'$ トシ $x \in K_1$, $\mathfrak{U}_1(x_1) = x$ トシ x_1 カラ w ニ沿ツテ達スル点 (in $\overline{K}_1$) ヲ (x_1, w) トスレバ $\overline{\mathrm{F}}$ ナル Abbildung デ

$$x_1 \longrightarrow \overline{\mathrm{F}}(x_1) = y_1, \quad \mathfrak{U}_2(y_1) = y = f(x)$$
$$(x_1, w) \rightarrow \overline{\mathrm{F}}(x_1, w) = (y_1, f(w))$$

デアル。

以上ノ定理ニ於ケル Abbildung $\overline{f}$ ハ f ガ wesentlich n ナラバ $\overline{f}$ モ wesentlich n. 逆モ成立スル.

K_2 ガ Mannigfaltigkeit M^n デ f ガ wesentlich auf, 然モ $f(\mathfrak{F}_1) \subset \mathfrak{F}_2$ ナラバ適當ナ Überlagerungs-Mannigfaltigkeit $\overline{M}^n$ ニ對シ $\overline{f}: K_1 \rightarrow \overline{M}^n$ ガ作レ、ソノ際基本群ハ homomorph auf ニ移ル。

此ノ関係ヲ使フナラバ次ノ定理ガ言ヘル。

<u>定理</u>. Komplex K^n ガ Mannigfaltigkeit M^n ニ wesentlich auf ニ abbilden サレレバ K^n ニ Zyklus Z^n ガ存在スル。

本誌第191号談話828. 定理1デハ或ル Überdeckung ニ関シテ Z^n ガ存在スルヲ証明シタノデアルガ

之レト Mannigfaltigkeit ノ Überdeckung 及ビ Überdeckung ノ Abbildung ニ就テノ結果（本誌第190号、談話824）ヲ使ヘバ宜シイ。

然シ非常ニ持ッテ回ッテ漸ク証明シタコトニナルノデセット直接的ナ簡單ナ証明ガ出来ネバ甚ダ心持ガ悪イ。